

© International Baccalaureate Organization 2023

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2023

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2023

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau moyen

Épreuve 1

8 mai 2023

Zone A après-midi | Zone B matin | Zone C après-midi

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[80 points]**.



Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 5]

Zaha conçoit un pont pour traverser une rivière. Elle pense que le poids de l'acier nécessaire à ce pont est d'environ 53 632 000 kg.

Le poids exact de l'acier nécessaire pour le pont est de 55 625 000 kg.

(a) Trouvez le pourcentage d'erreur dans l'approximation de Zaha. [2]

La conception de Zaha est utilisée pour construire cinq ponts identiques.

(b) (i) Trouvez le poids de l'acier nécessaire pour ces cinq ponts, **à trois chiffres significatifs**.

(ii) Écrivez votre réponse à la partie (b)(i) sous la forme $a \times 10^k$, où $1 \leq a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. [Note maximale : 6]

Angel a dollars 520 (\$) dans son compte d'épargne. Angel considère la possibilité d'investir l'argent pour une période de 5 ans dans une banque. La banque offre un taux d'intérêt annuel de 1,2%, composé trimestriellement.

- (a) Calculez le montant d'argent qu'Angel aurait au bout de 5 ans avec la banque. Donnez votre réponse correcte à deux chiffres après la virgule près. [3]

Au lieu d'investir l'argent, Angel décide d'acheter un téléphone qui coûte 520 \$. Au bout de 5 ans, le téléphone aura une valeur de 30 \$. On peut supposer que le taux de dépréciation annuel est constant.

- (b) Calculez le taux de dépréciation annuel du téléphone. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

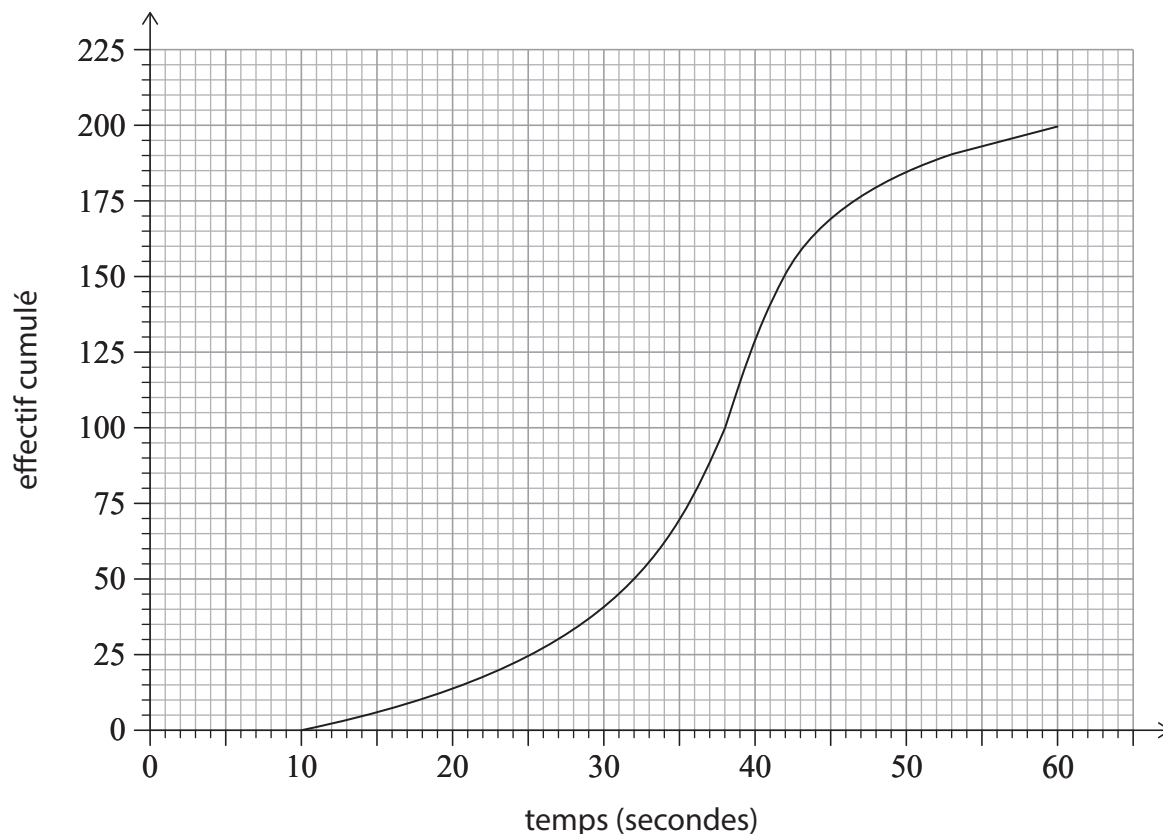
.....

.....



3. [Note maximale : 7]

Dans une école, 200 élèves ont résolu un problème lors d'un concours de mathématiques. Leurs temps pour résoudre le problème ont été enregistrés et la courbe des effectifs cumulés suivante a été tracée.



(a) Utilisez la courbe pour trouver

- (i) le temps médian ;
- (ii) le premier quartile ;
- (iii) le troisième quartile ;
- (iv) l'écart interquartile.

[4]

Cédric a mis 14 secondes pour résoudre le problème.

(b) Déterminez si le temps de Cédric est une valeur aberrante.

[3]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 3)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



20EP05

4. [Note maximale : 6]

Dans un club de course, Sung-Jin effectue un test pour déterminer s'il existe une association entre l'âge d'un athlète et son meilleur temps de course au 100m. Huit athlètes sont choisis au hasard et leurs détails sont indiqués ci-dessous.

Athlète	A	B	C	D	E	F	G	H
Âge (années)	13	17	22	18	19	25	11	36
Temps (secondes)	13,4	14,6	13,4	12,9	12,0	11,8	17,0	13,1

Sung-Jin décide de calculer le coefficient de corrélation de Spearman pour son ensemble de données.

- (a) Complétez le tableau de rangs. [2]

Athlète	A	B	C	D	E	F	G	H
Rang d'âge			3					
Rang de temps							1	

- (b) Calculez le coefficient de corrélation de Spearman, r_s . [2]
- (c) Interprétez cette valeur de r_s dans le contexte de la question. [1]
- (d) Suggérez une raison mathématique expliquant pourquoi Sung-Jin aurait décidé de ne pas utiliser le coefficient de corrélation de Pearson avec ses données du tableau de départ. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. [Note maximale : 4]

Le tableau de distribution d'effectifs suivant montre les notes d'examen pour un groupe d'élèves.

Note	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	1	4	7	9	p	9	4

Pour cette distribution, la note moyenne est de 4,5.

(a) Écrivez le nombre total d'élèves en fonction de p . [1]

(b) Calculez la valeur de p . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Note maximale : 6]

Une entreprise qui possède de nombreux restaurants souhaite déterminer s’il existe des différences dans la qualité des aliments cuisinés pour trois repas différents : le petit-déjeuner, le déjeuner et le dîner.

Leur équipe d’assurance de la qualité sélectionne au hasard 500 aliments à inspecter. La qualité de chaque aliment est classée comme parfaite, satisfaisante ou médiocre. Les données sont résumées dans le tableau suivant.

		Qualité			Total
		Parfaite	Satisfaisante	Médiocre	
Repas	Petit-déjeuner	101	124	7	232
	Déjeuner	68	81	5	154
	Dîner	35	69	10	114
Total		204	274	22	500

Un aliment est choisi au hasard parmi ces 500.

- (a) Trouvez la probabilité que sa qualité ne soit pas parfaite, sachant qu’il provient du petit-déjeuner. [2]

Un test du χ^2 est effectué, au niveau de signification de 5%, pour déterminer s’il existe une différence significative dans la qualité des aliments cuisinés pour les trois repas.

La valeur critique pour ce test est 9,488.

Les hypothèses pour ce test sont :

H_0 : La qualité des aliments et le type de repas sont indépendants.

H_1 : La qualité des aliments et le type de repas ne sont pas indépendants.

- (b) Trouvez la statistique du χ^2 . [2]
- (c) Indiquez, avec une justification, la conclusion pour ce test. [2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 6)

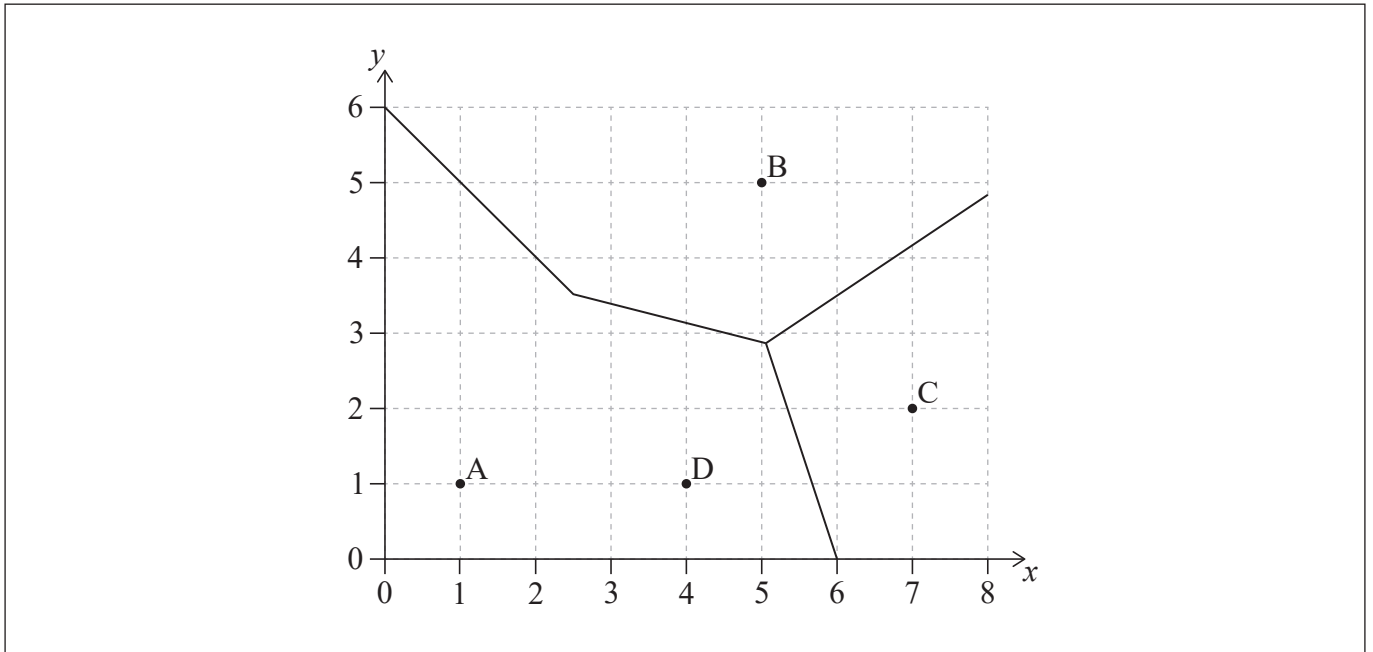
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Tournez la page

7. [Note maximale : 6]

Ani possède quatre cafés représentés par les points A, B, C et D. Ani veut diviser la zone en régions de livraison. Ce processus a été entamé dans le diagramme de Voronoï incomplet suivant, où 1 unité représente 1 kilomètre.



Le milieu de CD est $(5,5 ; 1,5)$.

(a) Montrez que l'équation de la médiatrice de [CD] est $y = -3x + 18$. [3]

(b) Complétez le diagramme de Voronoï montré ci-dessus. [1]

Ani ouvre un bureau qui se situe à égale distance de trois des cafés, B, C et D. L'équation de la médiatrice de [BC] est $3y = 2x - 1,5$.

(c) Trouvez les coordonnées du bureau. [2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 7)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



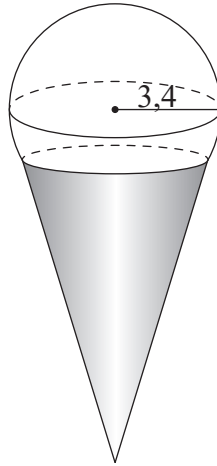
20EP11

Tournez la page

8. [Note maximale : 5]

Ruhi achète une boule de crème glacée en forme de sphère dont le rayon est de 3,4 cm. La crème glacée est servie dans un cône et on peut supposer que $\frac{1}{5}$ du volume de la crème glacée est à l'intérieur du cône. Ceci est illustré dans le diagramme suivant.

la figure n'est pas à l'échelle



(a) Calculez le volume de crème glacée qui n'est pas à l'intérieur du cône. [3]

L'apothème (la hauteur oblique) du cône est de 11 cm et son rayon est de 3 cm.

L'extérieur du cône est recouvert de chocolat.

(b) Calculez l'aire de la surface du cône recouverte de chocolat. Donnez votre réponse correcte au cm^2 près. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



9. [Note maximale : 6]

Les longueurs des graines d'un certain manguier sont approximées par une distribution normale avec une moyenne de 4 cm et un écart type de 0,25 cm.

Une graine de ce manguier est choisie au hasard.

(a) Calculez la probabilité que la longueur de la graine soit inférieure à 3,7 cm. [2]

On sait que 30% des graines ont une longueur supérieure à k cm.

(b) Trouvez la valeur de k . [2]

Pour une graine dont la longueur est de d cm, choisie au hasard, $P(4 - m < d < 4 + m) = 0,6$.

(c) Trouvez la valeur de m . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



10. [Note maximale : 8]

Un joueur lance un ballon de basketball. La hauteur du ballon est modélisée par

$$h(t) = -4,75t^2 + 8,75t + 1,5, \quad t \geq 0,$$

où h est la hauteur du ballon au-dessus du sol, en mètres, et t est le temps, en secondes, après que le ballon a été lancé.

- (a) Trouvez combien de temps il faut au ballon pour atteindre sa hauteur maximale. [2]
- (b) En supposant qu'aucun joueur n'attrape le ballon, trouvez combien de temps il faudrait au ballon pour toucher le sol. [2]

Un autre joueur attrape le ballon alors que ce dernier se trouve à une hauteur de 1,2 mètre.

- (c) Trouvez la valeur de t correspondant à l'instant où ce joueur attrape le ballon. [2]
- (d) Écrivez deux inconvénients liés à l'utilisation de $h(t)$ pour modéliser la hauteur du ballon. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

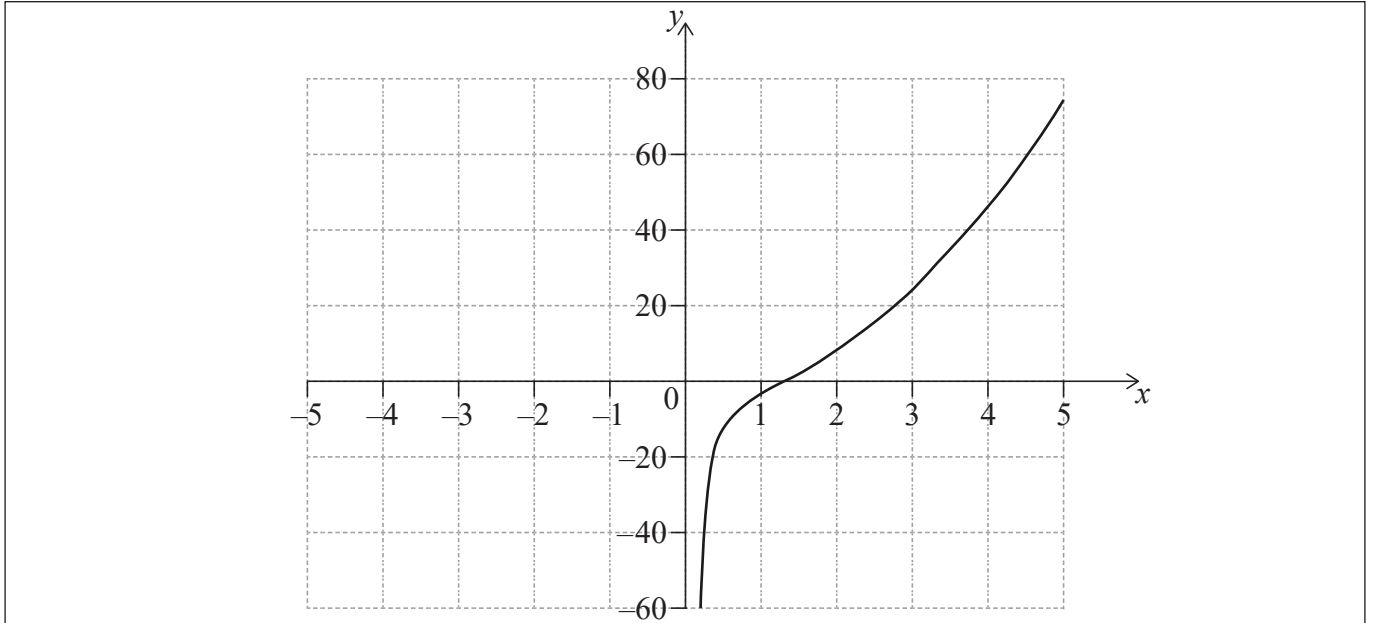
.....

.....



11. [Note maximale : 7]

Considérez $f(x) = 3x^2 - \frac{5}{x}$, $x \neq 0$. La représentation graphique de f pour $0 < x \leq 5$ est montrée sur le système d'axes suivant.



- (a) (i) Esquissez la représentation graphique de f , pour $-5 \leq x < 0$, sur le même système d'axes. [4]
- (ii) Écrivez l'abscisse du minimum relatif. [4]
- (b) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver les solutions de l'équation $f(x) = 20$. [2]
- (c) Écrivez l'équation de l'asymptote verticale de la représentation graphique de f . [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.
Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



12. [Note maximale : 5]

Dans un jeu, des balles sont lancées pour atteindre une cible. La variable aléatoire X est le nombre de fois que la cible est atteinte en cinq tentatives. La distribution de probabilité pour X est présentée dans le tableau suivant.

x	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,15	0,2	k	0,16	$2k$	0,25

(a) Trouvez la valeur de k .

[2]

Un joueur a une chance de gagner de l'argent en fonction du nombre de fois où il a atteint la cible.

Le gain du joueur, en dollars (\$), est indiqué dans le tableau suivant, où un gain négatif signifie que le joueur perd de l'argent.

x	0	1	2	3	4	5
Gain du joueur (\$)	-4	-3	-1	0	1	4

(b) Déterminez si ce jeu est équitable. Justifiez votre réponse.

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

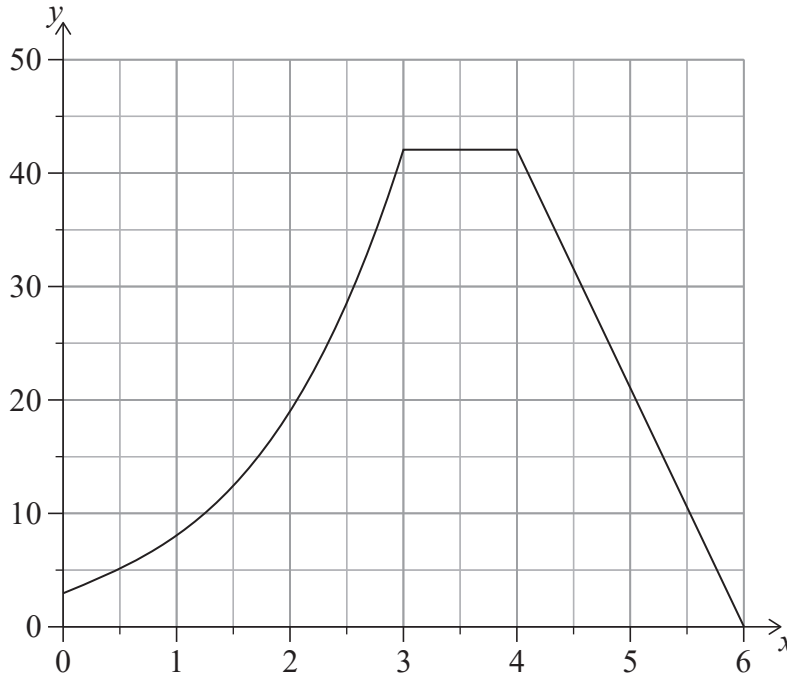
.....

.....



13. [Note maximale : 9]

Un ingénieur souhaite calculer l'aire de la section transversale d'un barrage. La section transversale du barrage peut être modélisée par une courbe et deux droites, comme indiqué dans le diagramme suivant, où les distances sont mesurées en mètres.



La courbe est modélisée par une fonction $f(x)$. Le tableau suivant donne les valeurs de $f(x)$ pour différentes valeurs de x à l'intérieur de l'intervalle $0 \leq x \leq 3$.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$y = f(x)$	3	5,13	8	12,4	19	28,6	42

- (a) Calculez une estimation de l'aire à l'intérieur de l'intervalle $0 \leq x \leq 3$, en utilisant la formule des trapèzes avec trois intervalles égaux. [2]

On sait que $f'(x) = 3x^2 + 4$ dans le domaine $0 < x < 3$.

- (b) Trouvez une expression pour $f(x)$, dans le domaine $0 < x < 3$. [4]

- (c) **À partir de là**, trouvez l'aire réelle de la section transversale **en entier**. [3]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 13)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Références :

© Organisation du Baccalauréat International 2023



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



20EP20